الثانية علوم رياضية	فرض رقم 1	2015-14

التمرين الأول :

أحسب النهايات التالية : $\lim_{x\to 1}\frac{2\sqrt{x}-x-1}{\sqrt{x+3}-\sqrt[3]{x}-1}$ ، $\lim_{x\to -\infty}\frac{x-2\sqrt[3]{1-x^3}+1}{3x+\sqrt{x^2+1}-2}$

$\lim_{x\to 0}\frac{\arctan\left(\sqrt{1+2x}-1-x\right)}{x^2}$ ، $\lim_{x\to -\infty} x^2 E\left(\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)\right)$ ، $\lim_{x\to +\infty}\frac{x-2E(x)}{x+E(x)}$

التمرين الثاني :

1) بين أن $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[n]{x+1}-1}{x}=\frac{1}{n}$ (يمكن وضع $t=\sqrt[n]{x+1}$)

2) استنتج النهايتين $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+1}}{x}$ و $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}\sqrt[3]{x+1}-1}{x}$

3) بين أن $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}\sqrt[3]{x+1}\times\dots\dots\times\sqrt[n]{x+1}-1}{x}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots\dots+\frac{1}{n}$ $(\forall n\geq 3)$

التمرين الثالث :

ليكن a عددا من $\mathbb{R}^*$ و نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\sin\left(\frac{x}{a}\right)E\left(\frac{a}{x}\right) & ;\quad x<0\\ f(0)=1 & \\ f(x)=\frac{2\sqrt{\tan x}-\sqrt{2\sin 2x}}{x^2\sqrt{x}} & ;\quad x>0\end{cases}$$

1) بين أن $\left|f(x)-\frac{a}{x}\sin\left(\frac{x}{a}\right)\right|\leq\left|\sin\left(\frac{x}{a}\right)\right|$ $(\forall x<0)$ و استنتج f متصلة على يسار النقطة 0

2) هل الدالة f متصلة في النقطة 0 ؟

التمرين الرابع :

لتكن f دالة متصلة على المجال $[0,1]$ بحيث $f(0)=f(1)$ و نضع $G(x)=f(x)-f\left(x+\frac{1}{3}\right)$

1) أدرس اتصال الدالة G على المجال $\left[0,\frac{2}{3}\right]$

2) أحسب $G(0)+G\left(\frac{1}{3}\right)+G\left(\frac{2}{3}\right)$ و استنتج أن : $f(\alpha)=f\left(\alpha+\frac{1}{3}\right)$ $\left(\exists\alpha\in\left[0,\frac{2}{3}\right]\right)$

التمرين الخامس :

1) بين أن : $\arctan(a)-\arctan(b)=\arctan\left(\frac{a-b}{1+ab}\right)$ $\left(\forall a\in\mathbb{R}^{+*}\right)\left(\forall b\in\mathbb{R}^{+*}\right)$

2) أحسب النهاية $\lim_{x\to +\infty} x\sqrt{x}\left(\arctan\sqrt{x+1}-\arctan\sqrt{x}\right)$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\arctan(x-1)-\arctan\frac{2013}{x}=\frac{\pi}{4}$